Inleiding Logica

Jeroen Terstall
10766030
Tutor Eva

15 September 2014

1 Huiswerk # 2

3.1
Als je de hele tijd dezelfde zin achter een bijzin blijft zetten dan is de zin op een gegeven moment geen normale Nederlandse zin meer. Op een gegeven moment wordt het niet meer beschouwd als een goede, correcte Nederlandse zin dus klopt het niet dat er door elke keer dezelfde zin bij te voegen er een oneindige correcte Nederlandse zin ontstaat. Ook kunnen de bijzin B en de andere zin die achter elkaar geplakt worden samen geen Nederlandse zin maken en dus klopt de uitspraak niet.

3.4
een aftelling van het alfabet is 2^{26}
Om daar een aftelling van te maken is dat $2^{2^{26}}$

Bij een willekeurige aftelling van willekeurige symbolen is het dus: 2^n voor de eerste aftelling
en: 2^{2^N} voor de aftelling van de aftelling

3.6
Gasten in het hotel moeten opschuiven als volgt: $1 \to 2$, $2 \to 4$, $3 \to 6\, etc...$
$N \to 2N$
Dan zitten alle bestaande gasten in de even kamers in het hotel en kunnen de gasten die met de bus gekomen zijn ingecheckt worden in de oneven kamers en dus heeft iedereen een plekje.

3.18
de deelverzameling van alle oneven getallen uit N en de deelverzameling uit alle even getallen uit N.
Even:
Als A = even, B = even, dan C = even
Als A = even, dan B = even, maar ook als B = even, dan A = even
als A = even dan A = even

Oneven:
Als B = oneven, A = oneven, dan ook C = oneven
Als A = oneven, dan B = oneven maar ook als B = oneven dan A = oneven
Als A = oneven dan ook A = oneven

4.2
Bewering:
Als niet A dan B
B

Niet A

Tegenvoorbeeld:

Als ik niet beter ben, dan ben ik thuis.
Thuis

Dus ik ben niet beter.

Dit klopt niet want:
Ik kan ook om andere redenen thuis zitten zoals bv. spijbelen of andere oorzaken. Het hoeft niet te betekenen dat ik niet beter ben omdat ik thuis ben. Als het zou zijn ik ben niet beter dus ik ben thuis zou het wel kloppen maar dat is hier niet het geval. Dus het schema is niet geldig.

5.2
$\wedge = Commutatief$, als we p en q omdraaien blijven de waarden gelijk.

p	q	$\wedge$
1	0	0
0	1	0
1	1	1
0	0	0

q	p	$\wedge$
0	1	0
1	0	0
1	1	1
0	0	0

$\vee$ = Commutatief, als we p en q omdraaien blijven de waarden gelijk.

p	q	$\vee$
1	0	1
0	1	1
1	1	1
0	0	0

q	p	$\vee$
0	1	1
1	0	1
1	1	1
0	0	0

$\leftrightarrow=$ Commutatief, als we p en q omdraaien blijven de waarden gelijk.

p	q	$\leftrightarrow$
0	1	0
1	0	0
0	0	1
1	1	1

q	p	$\leftrightarrow$
1	0	0
0	1	0
0	0	1
1	1	1

$\rightarrow=$ niet commutatief, als we p en q omdraaien blijven de waarden niet gelijk.

p	q	$\rightarrow$
0	1	1
1	0	0
0	0	1
1	1	1

q	p	$\rightarrow$
1	0	0
0	1	1
0	0	1
1	1	1

5.5
a en b zijn elders nog niet gedefinieerd dus zou die ene variabele (a of b) elke willekeurige vorm kunnen aannemen. Hierdoor is het aantal zinnen dat er mee gegenereerd wordt ook oneindig.

5.7
Basis: $|\emptyset| = 2^0 = 1$
Inductiestap: Stelling klopt voor A als $|A| = N, dan\,|P(A)| = 2^N$
Stel: $b \notin A$
Te bewijzen: $|A, b| = N + 1$
Te bewijzen: $| \in (A \vee b)| = 2^{N+1}$

stel A = a, dan P(A) = 2 $\rightarrow 2^1$
A $\vee$ B = verzameling a, b dan $|P(A \vee B)|$ = (a), (b), (a, b), (Ø).

Dit heeft 4 elementen en dat komt overeen met: 2^{N+1} wat in dit geval $2^{1+1} = 4$ is.

5.8
8. Welgevormd
9. Onwelgevormd
10. Welgevormd
11. Onwelgevormd
12. Welgevormd
13. Onwelgevormd
14. Welgevormd

5.9
$\neg p\, \neg q\, \neg r\ \rightarrow 3\, formules.$
$p \wedge q,\ q \wedge r,\ r \wedge p\ \rightarrow 3\, formules$
$p \vee q,\ q \vee r,\ r \vee p,\ \rightarrow 3\, formules$
$p \leftrightarrow q,\ q \leftrightarrow r,\ r \leftrightarrow p\ \rightarrow 3\, formules$
$p \rightarrow q,\ q \rightarrow p,\ q \rightarrow r,\ r \rightarrow q,\ r \rightarrow p,\ p \rightarrow r,\ \rightarrow 6\, formules$
$p \vee (q \wedge r),\ q \wedge (p \wedge r),\ r \wedge (p \wedge q)\ \rightarrow 3\, formules$
$p \vee (q \vee r),\ q \vee (p \vee r),\ r \vee (p \vee q)\ \rightarrow 3\, formules$
$p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r),\ q \leftrightarrow (p \leftrightarrow r),\ r \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)\ \rightarrow 3\, formules$
$p \rightarrow (q \rightarrow r),\ p \rightarrow (r \rightarrow q),\ q \rightarrow (p \rightarrow r),\ q \rightarrow (r \rightarrow p),\ r \rightarrow (p \rightarrow q),\ r \rightarrow (q \rightarrow p)\ \rightarrow 6\, formules$
Totaal: 30 formules

5.12

$$
\begin{tikzcd}
 & & (\neg p \rightarrow (\neg q \wedge r)) \arrow[dll] \arrow[dr] & & \\
\neg p \arrow[d] & & & (\neg q \wedge r) \arrow[dll] \arrow[dr] & \\
p & \neg q \arrow[d] & & & r \\
 & q & & &
\end{tikzcd}
$$

bereik 1e negatie teken: p
Bereik 2e negatie teken: q

5.13
Formule ::= Propositieletter$|\neg Formule|Formule \wedge Formule|Formule \vee Formule|Formule \rightarrow Formule|Formule \leftrightarrow Formule|Formule \wedge (Formule \wedge Formule)|Formule \vee (Formule \vee Formule)|Formule \leftrightarrow (Formule \leftrightarrow Formule)|Formule \rightarrow (Formule \rightarrow Formule)|$

5.19
Basis: elk element P is een welgevormde formule van T
Rec. Clausules: als ϕ en ψ welgevormde formules van T zijn dan zijn $(\not\psi), (\wedge\phi\psi), (\vee\phi\psi), (\rightarrow \phi\psi), (\leftrightarrow \phi\psi)$ dat ook.
Afsluitingsclausule: Niets anders is een welgevormde formule van T