Sejam 4 números inteiros, a, b, c, e e onde $a^e + b^e = c^e$ é impossível que exista um conjunto desses números onde $e > 2$ (último teorema de Fermat)

Proof. A título de simplificação consideraremos $e = 3$ e depois vamos generalizar para qualquer expoente > 2. Ao final vamos nos aprofundar no caso $e = 2$, mostrar por que se trata de uma exceção e demostrar uma relação interessante.

Para $e = 3$, $b = a + n$ e $c = a + m$, onde $m > n > 0 \in \mathbb{N}$ temos:

$$a^3 + (a + n)^3 = (a + m)^3 \quad (\mathbf{I})$$

Expandindo as potências das somas, anulando os termos de sinais opostos e evidenciando os temos múltiplos de a, é possível colocar a igualdade acima na seguinte forma:

$$a^3 + 3a^2(n - m) + 3a(n^2 - m^2) + n^3 = m^3 \quad (\mathbf{II})$$

Para que, como condicionamos inicialmente, $m \in \mathbb{N}$, se torna necessário que:

$$\begin{cases} n - m = x \\ n^2 - m^2 = x^2 \\ n^3 = x^3 \quad (\mathbf{III}) \end{cases}$$

Por (**III**) temos $x = n$, logo:

$$\begin{cases} n - m = n \\ n^2 - m^2 = n^2 \quad (\mathbf{IV}) \end{cases}$$

Ou seja, por (**IV**) o único m possível é 0 com $n\forall\Re$. Isso já constitui prova suficiente, pois viola a condição inicial de $m > 0$. Mesmo assim continuemos para encontrar outras relações possíveis.

Substituindo $m = 0$ em (**II**):

$$a^3 + 3a^2(n - 0) + 3a(n^2 - 0^2) + n^3 = 0^3$$

Simplificando temos:

$$a = -n$$

Substituindo $n = -a$ e $m = 0$ em (**I**):

$$a^3 + (a - a)^3 = (a + 0)^3 \quad (\mathbf{I})$$

ou seja, a única soma possível entre inteiros cúbicos é:

$$a^3 + 0^3 = a^3$$

onde $a\forall\mathbb{N}$

Generalizando para $e > 3$:

$\square$