

X. Hallův jev

Michal Křištof

Pracovní úkol

1. Zjistěte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci.
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při dvou hodnotách konstantního proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočtete pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

1 Teoretický úvod

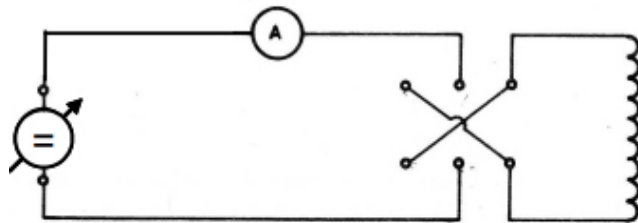
Schopnost látky vést elektrický proud charakterizuje veličina měrná elektrická vodivost σ , přičemž pro ni platí^[1]:

$$i = \sigma E \quad (1)$$

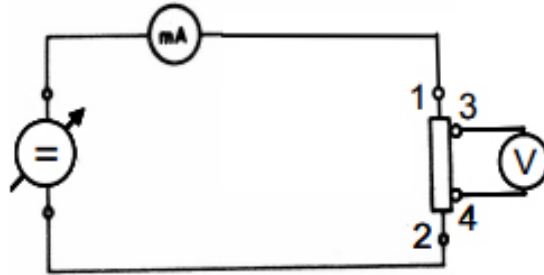
kde i je proudová hustota a E intenzita elektrického pole. Rovnice (1) vyjadřuje ohmův zákon v diferenciálním tvaru.

Hallův jev je důsledkem Lorentzovy síly působící na náboje v polovodiči. Teče, li proud mezi dvěma stranami obdélníkového polovodiče za vzájemného působení magnetického pole kolmo na tok proudu, v polovodiči vzniká hallovo napětí U_H , které můžeme naměřit v rovině kolmé na tok proudu a zároveň i magnetické pole. Pro toto napětí platí:

$$U_H = R_H \frac{IB}{t} \quad (2)$$



Obrázek 1: Schéma zapojení obvodu elektromagnetu



Obrázek 2: Schéma zapojení obvodu pro měření Hallova napětí

kde R_H je hallova konstanta, B magnetická indukce, I proud protékající polovodičem. Pro hallovu konstantu platí

$$R_H = \frac{r_H}{en} \quad (3)$$

kde r_H je tzv. hallův rozptylový faktor, e elementární náboj a n koncentrace nosičů náboje. Pro naše účely (germánievý vzorek za pokojové teploty) uvažujeme^[1] $r_H = 3\pi/8$. Stanovíme-li kromě hallovy konstanty u měřnou vodivost, můžeme vypočítat tzv. hallovskou pohyblivost:

$$\mu = R_H \sigma \quad (4)$$

Jelikož se ne často podaří naletovat kontakty na měření h. napětí symetricky, naměříme i při nulovém poli, není to ale hallovo napětí, ale klasické ohmické. Správnou hodnotu napětí jsme získali tedy vzájemným odečtením napětí při obou směrech toku proudu polovodičem:

$$|U_H| = |U^+ - U^-|/2 \quad (5)$$

2 Měření

Měřili jsme na dvou separátních obvodech. První obvod (viz obr. 1) sloužil k napájení cívky vytvářející magnetické pole kolem polovodiče. Do cívky jsme postupně pouštěli různé hodnoty proudu, které jsme kontrolovali ampérmetrem. Druhý obvod sloužil k samotnému měření. Obvod se skládal (viz obr. 2) ze vzorku s naletovanými šesti kontakty, dvěma sloužícími k přivádění proudu do vzorku, dvěma k měření vodivosti a poslední dvě na měření hallovského napětí. Napětí jsme měřili digitálním multimetrem METEX MXD-4660A s uvedenou chybou $\eta = 0,05\% + 3$ poslední zobrazené číslice (digits), proud neidentifikovaným analogovým miliampérmetrem s třídou přesnosti 1 v obvodu na měření hallova napětí a kontrolním ampérmetrem s třídou přesnosti 0,5 v napájecím obvodu cívky. Naměřené hodnoty napětí a proudu pro výpočet pohyblivosti jsou vyneseny v *Tabulce 3*.

Ze vztahu (1) se dá odvodit vztah pro σ v případě našeho polovodiče:

$$\sigma = \frac{l I}{td U} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
l &= (6,000 \pm 0,005)mm \\
d &= (3,350 \pm 0,005)mm \\
t &= (0,720 \pm 0,005)mm
\end{aligned}$$

Tabulka 1: Zadané parametry vzorku

| $I[mA]$ | $U[V]$ |
|-------------------|-------------------|
| $0,600 \pm 0,024$ | $0,300 \pm 0,003$ |
| $1,200 \pm 0,024$ | $0,600 \pm 0,003$ |
| $1,600 \pm 0,024$ | $1,740 \pm 0,004$ |
| $1,800 \pm 0,024$ | $0,880 \pm 0,004$ |
| $2,200 \pm 0,024$ | $1,050 \pm 0,004$ |
| $4,00 \pm 0,12$ | $1,880 \pm 0,004$ |
| $5,00 \pm 0,12$ | $2,270 \pm 0,004$ |

Tabulka 2: Naměřené hodnoty napětí a proudu při nulové magnetické indukci

kde l, t, d jsou rozměry polovodiče, v našem případě jsou zapsány v *tabulce 2*.

Druhý obvod, obsahoval cívku, které magnetická indukčnost B byla vztažena k proudu procházející cívku vztahem (7).

$$B[T] = 0,098I[A] \quad (7)$$

V *tabulce 3* jsou vyneseny hodnoty naměřeného Hallovského napětí a proudu. Z již spomínaných důvodů asymetrického naletování kontaktů na polovodič (které jsou, koneckonců, omluvitelné rozměry vzorku, na druhou stranu je zde vidět jak přesně musí být kontakty naletovány, aby se neprojevovalo ohmické napětí vzorku při měření hallovského napětí) jsme změřili proud při obou polaritách zdroje, U^+ i U^- a odečet li je navzájem. Zde také můžeme vidět nejistotu měření u voltmetru, kterou možno spatřit při hodnotě hallovského (již odečteného) napětí při nulové magnetické indukci. Podle správnosti by hodnota měla být nulová, nám se však podařilo naměřit hodnotu nikoliv nulovou, nýbrž se naše hodnota nacházela v rozmezí 0,1 až 0,2mV. Hodnoty v *Hodnoty z tabulek 3 a 2* jsou zpracovány v *grafech 1, 2, 3, 4 a 5*. Provedením lineární regrese v programu Origin 8 jsme dospěli k výsledkům pro parametr R_g (odpor $U = R_g I$) související s měrnou vodivostí σ vztahem (8) získaným ze vztahu (6):

$$R_g = \frac{l}{td\sigma} \quad (8)$$

$$R_g = (0,465 \pm 0,005)mA.V^{-1}$$

Kde nejistota měření bola vypočtena programem Origin 8. Z toho přepočtem získáme měrnou vodivost σ :

$$\sigma = (5,35 \pm 0,11)\Omega^{-1}.m^{-1}$$

Tady i níže používáme i budeme používat přenos relativní nejistoty principu maximální nejistoty z [2], který říká, že součet, součin, podíl a rozdíl relativních nejistot (resp. veličin obsahující relativní nejistoty $\mu = a \pm \eta$) je roven součtu relativních nejistot (η).

$$\Delta(\mu_1 + \mu_2) = \Delta(\mu_1 \mu_2) = \Delta(\mu_1 / \mu_2) = \Delta(\mu_1 - \mu_2) = \eta_1 + \eta_2 = \eta \quad (9)$$

| I. proud vzorkem $I_1 = (1,20 \pm 0,02)mA$ | | | |
|--|-------------------|-------------------|-----------------|
| $U^+[mV]$ | $U^- [mV]$ | $U[mV]$ | $I[A]$ |
| 61,30 $\pm 0,06$ | -29,80 $\pm 0,05$ | 45,6 $\pm 0,1$ | 4,00 $\pm 0,03$ |
| 56,20 $\pm 0,06$ | -24,80 $\pm 0,05$ | 40,5 $\pm 0,1$ | 3,50 $\pm 0,03$ |
| 50,50 $\pm 0,06$ | -20,00 $\pm 0,04$ | 35,3 $\pm 0,1$ | 3,00 $\pm 0,03$ |
| 45,30 $\pm 0,05$ | -14,60 $\pm 0,04$ | 30,0 $\pm 0,2$ | 2,50 $\pm 0,03$ |
| 38,30 $\pm 0,05$ | -8,40 $\pm 0,04$ | 23,4 $\pm 0,2$ | 2,00 $\pm 0,03$ |
| 32,70 $\pm 0,05$ | -2,50 $\pm 0,03$ | 17,6 $\pm 0,3$ | 1,50 $\pm 0,03$ |
| 26,50 $\pm 0,04$ | 3,00 $\pm 0,04$ | 11,4 $\pm 0,3$ | 1,00 $\pm 0,03$ |
| 20,50 $\pm 0,04$ | 8,30 $\pm 0,03$ | 6,10 $\pm 0,07$ | 0,04 $\pm 0,03$ |
| 14,90 $\pm 0,04$ | 14,70 $\pm 0,04$ | 0,100 $\pm 0,001$ | 0,00 $\pm 0,03$ |
| II. proud vzorkem $I_2 = (2,00 \pm 0,02)mA$ | | | |
| $U^+[mV]$ | $U^- [mV]$ | $U[mV]$ | $I[A]$ |
| 40,20 $\pm 0,05$ | 3,50 $\pm 0,05$ | 18,35 $\pm 0,3$ | 1,00 $\pm 0,03$ |
| 50,00 $\pm 0,06$ | -5,70 $\pm 0,06$ | 27,9 $\pm 0,3$ | 1,50 $\pm 0,03$ |
| 59,50 $\pm 0,06$ | -14,10 $\pm 0,06$ | 36,8 $\pm 0,2$ | 2,00 $\pm 0,03$ |
| 69,10 $\pm 0,06$ | -24,50 $\pm 0,06$ | 46,8 $\pm 0,2$ | 2,50 $\pm 0,03$ |
| 78,40 $\pm 0,07$ | -32,90 $\pm 0,07$ | 55,7 $\pm 0,2$ | 3,00 $\pm 0,03$ |
| 87,50 $\pm 0,07$ | -41,10 $\pm 0,07$ | 64,3 $\pm 0,2$ | 3,50 $\pm 0,03$ |
| 95,20 $\pm 0,08$ | -48,30 $\pm 0,08$ | 71,8 $\pm 0,2$ | 4,00 $\pm 0,03$ |
| 31,60 $\pm 0,05$ | 11,90 $\pm 0,05$ | 9,90 $\pm 0,05$ | 0,50 $\pm 0,03$ |
| 22,30 $\pm 0,04$ | 21,90 $\pm 0,04$ | 0,200 $\pm 0,001$ | 0,00 $\pm 0,03$ |
| III. proud vzorkem $I_3 = (4,00 \pm 0,12)mA$ | | | |
| $U^+[mV]$ | $U^- [mV]$ | $U[mV]$ | $I[A]$ |
| 36,8 $\pm 0,1$ | 36,40 $\pm 0,05$ | 0,4 $\pm 0,001$ | 0,00 $\pm 0,03$ |
| 54,6 $\pm 0,1$ | 18,30 $\pm 0,04$ | 36,3 $\pm 0,1$ | 0,50 $\pm 0,03$ |
| 74,8 $\pm 0,1$ | -2,00 $\pm 0,03$ | 76,8 $\pm 1,2$ | 1,00 $\pm 0,03$ |
| 91,0 $\pm 0,1$ | -17,00 $\pm 0,04$ | 108,0 $\pm 0,3$ | 1,50 $\pm 0,03$ |
| 109,9 $\pm 0,1$ | -34,90 $\pm 0,05$ | 144,8 $\pm 0,3$ | 2,00 $\pm 0,03$ |
| 128,6 $\pm 0,1$ | -52,70 $\pm 0,06$ | 181,3 $\pm 0,3$ | 2,50 $\pm 0,03$ |
| 145,2 $\pm 0,1$ | -69,00 $\pm 0,06$ | 214,2 $\pm 0,4$ | 3,00 $\pm 0,03$ |
| 164,6 $\pm 0,1$ | -86,10 $\pm 0,07$ | 250,7 $\pm 0,4$ | 3,50 $\pm 0,03$ |
| 179,0 $\pm 0,1$ | -99,20 $\pm 0,08$ | 278,2 $\pm 0,4$ | 4,00 $\pm 0,03$ |

Tabulka 3: Měření hallovského napětí při různém proudem(magnetické indukci) tekoucí cívkou

kde Δ značí nejistotu z veličiny μ , tedy složku η .

Z hodnot z *grafů 2, 3, 4* jsme pak lineární regresí získali parametry a závisující na hallově konstantě vztahem (10) získaného ze vztahu (2).

$$R_h = \frac{t}{0,098aI_{vz}} \quad (10)$$

$$a_1 = (0,0861 \pm 0,0005)A.mV^{-1}$$

$$a_2 = (0,0546 \pm 0,0003)A.mV^{-1}$$

$$a_3 = (0,0281 \pm 0,0002)A.mV^{-1}$$

a z toho přepočtem dle (10) získáme Hallovy konstanty

$$R_{h_1} = (7,11 \pm 0,23) \times 10^{-2}m^3A^{-1}s^{-1}$$

$$R_{h_2} = (6,73 \pm 0,13) \times 10^{-2}m^3A^{-1}s^{-1}$$

$$R_{h_3} = (6,54 \pm 0,16) \times 10^{-2}m^3A^{-1}s^{-1}$$

Z čeho je nyní možné vypočítat hallovskou pohyblivost μ z (4), pro kterou dostaneme

$$\mu_1 = (38 \pm 1) \times 10^{-2}m^2V^{-1}s^{-1}$$

$$\mu_1 = (36 \pm 1) \times 10^{-2}m^2V^{-1}s^{-1}$$

$$\mu_1 = (35 \pm 1) \times 10^{-2}m^2V^{-1}s^{-1}$$

kde nejistoty byli vypočteny pomocí (9).

Koncentraci nosičů náboje n vypočteme dle (11) získaného z (3) a použitím v našem případě hallova faktoru pro germánium zadaného jako $r_H = 3\pi/8$.

$$n = \frac{r_H}{eR_H} \quad (11)$$

koncentrace nosičů náboje tedy je:

$$n_1 = (1,033 \pm 0,034) \times 10^{20}m^{-3}$$

$$n_2 = (1,092 \pm 0,027) \times 10^{20}m^{-3}$$

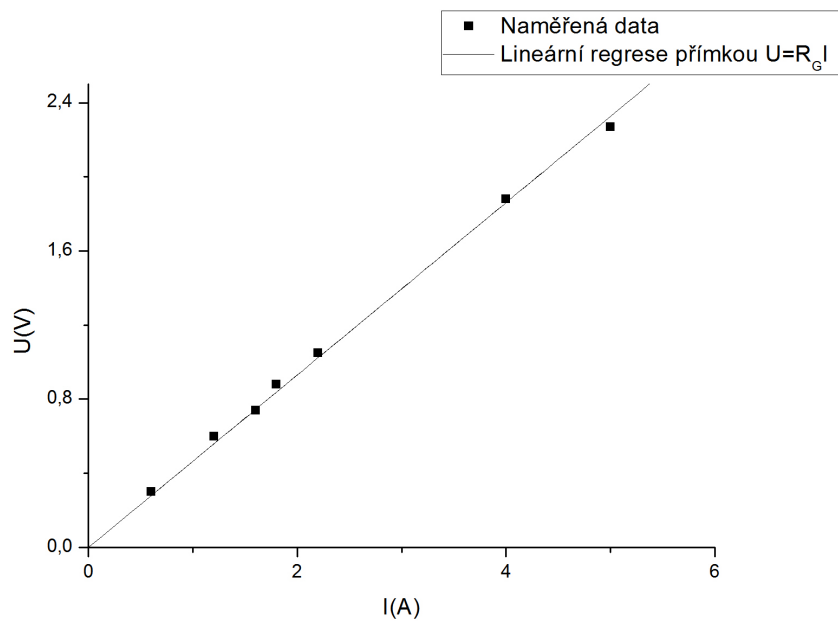
$$n_3 = (1,124 \pm 0,023) \times 10^{20}m^{-3}$$

kde jsme použili $e = (1,602176565 \pm 0.000000035) \times 10^{-19}C$ z [3].

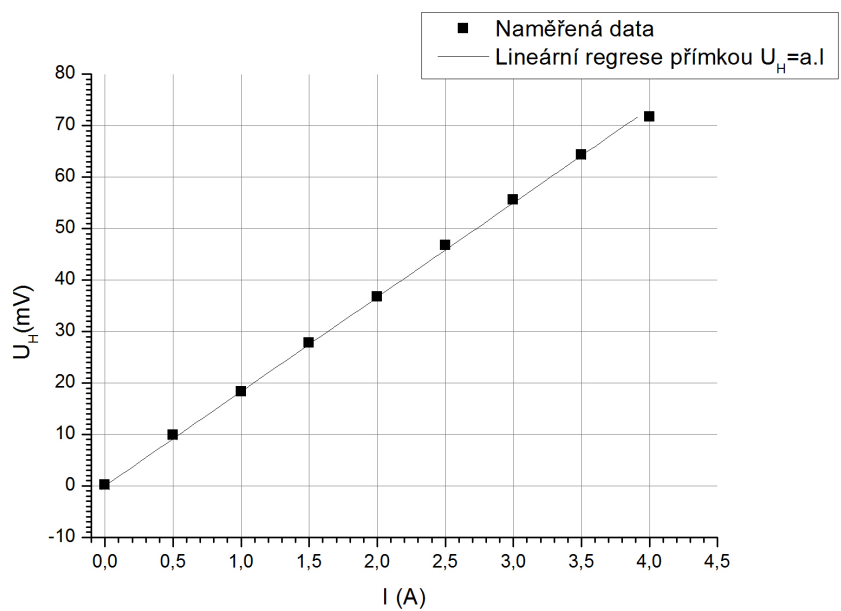
3 Diskuze

Změřili jsme Hallovi konstanty pro tři různé hodnoty proudu přecházející vzorkem. Jak lze vidět z výsledků, jsou si blízké, ale nejsou si dostatečně blízké (v rámci nejistoty měření), což je dobře, jelikož je to přesně, co jsme očekávali. S proudem dodávaném polovodiči totiž stoupá i teplota, na který se zahřeje, což způsobí změnu podmínek experimentu, v polovodiči se vytváří více nosičů náboje (jak je vidět ve výsledcích pro koncentraci nosičů náboje), a tudíž je i ze základního hlediska nepravděpodobné, že při odlišných podmínkách, i když toho samého experimentu, dostaneme stejný výsledek.

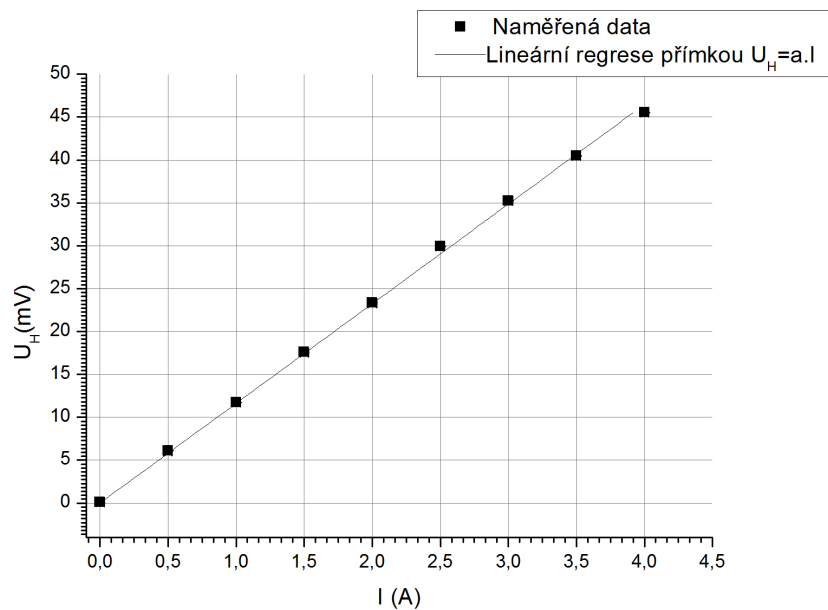
Všechny veličiny jsme určili poněkud přesně, s maximální relativní nejistotou



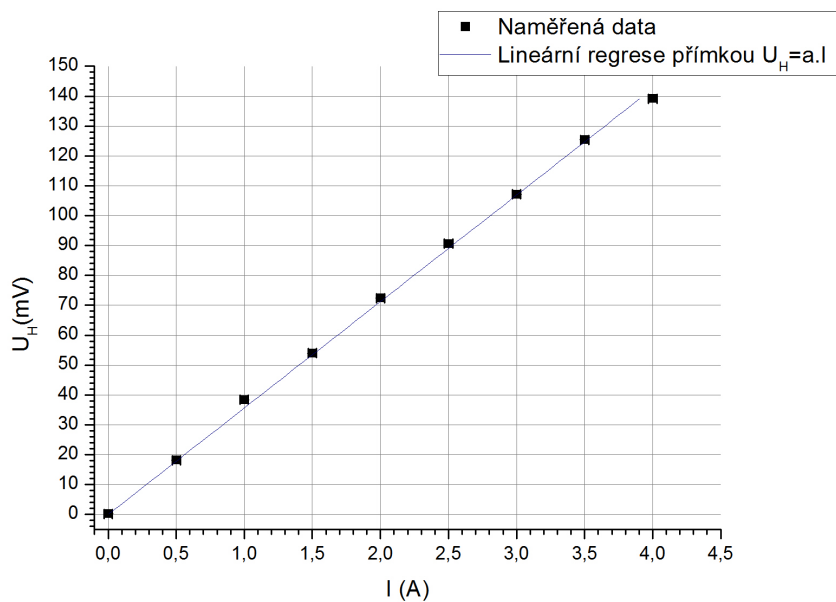
Graf 1: Voltampérová charakteristika vzorku(závislost napětí v obvodu procházejícím vzorkem na proudu procházejícím vzorkem při nulové magnetické indukci)



Graf 2: Grafické zpracování naměřených hodnot z tabulky 3, měření I, závislost hallova napětí na proudu cívku při proudu vzorkem 1,2mA



Graf 3: Grafické zpracování naměřených hodnot z tabulky 3, měření II, závislost hallova napětí na proudu cívkou při proudu vzorkem $2mA$



Graf 4: Grafické zpracování naměřených hodnot z tabulky 3, měření III, závislost hallova napětí na proudu cívkou při proudu vzorkem $4mA$

do $\eta \leq 2,7\%$ (hallovy konstanty), avšak při měření jsme se potýkali s problémy odhadu chyb. Například poslední cifra měřená digitálním voltmetrem METEX MXD-4660A měla ve zvyku různě oscilovat a něnit se, přičemž i třetí měla tendenci oscilovat o někdy více jako námi braná v úvahu hodnota nejistoty (udaná výrobcem). Proto jsme také zaokrouhlovali při měření na poslední neoscilující cifru. Z tabulek 2 a 3 je také, jak již bylo zmíněno, vidět, že nejistota při měření voltmetrem byla přibližně 2 jednotky poslední neoscilující cifry (z měření nulového proudu cívkou). Schválně přitom formulujeme nejistotu ne jako nejistotu samotného voltmetru, ale jako nejistotu při *měření* voltmetrem, protože tato hodnota nemusí být rozdílná jenom z důvodu nejistoty voltmetru, nýbrž také z veliké části důvodu, jako je např. asymetrie experimentu (cívky, rozdílná délka vodičů a jejich rozdílný odpor při změně polarity, jelikož jsme změnu polarity zdroje v obvodu elektromagnetu řešili z bezpečnostních důvodů komutátorem) případně z důvodů statistické odchylky rychlostí elektronů a děr a jejich rozmístění v polovodiči, případně z důvodu vnitřní struktury polovodiče, možných reziduálních příměsí v polovodiči, případně je odchylka způsobena kontakty, které se musí letovat takým způsobem a z takého materiálu, aby neměli přechodové či hradlové odpory, což je zvyčejně obtížné splnit [1]. Jakýkoliv je ale původ odchylky, všechny regrese provedené při výpočtu počítali s nulovou hodnotou napětí při nulovém proudu a vice versa.

Pro správnost také uvádíme ve výsledcích výrobcem udávanou nejistotu namísto nejistoty odhadnuté, jelikož se po odečtení U^+ a U^- podle zákona přenosu nejistot z [2], který jsme použili, i tak nakombinuje nejistota, která vypadá velice reálně a jelikož oscilace byli v intervalu do jedné jednotky cifry na kterou jsme zaokrouhlili, máme za to, že nejistota \pm třetina až polovina zaokrouhlené cifry (tedy interval dvou třetin až jedné cifry), kterou nám udává výrobce, vzhledem na všeobecnou snahu minimalizovat výslednou nejistotu, více než stačí a nejistota \pm celá jedna jednotka cifry, na kterou jsme zaokrouhlovali, by byla trochu nadhodnocena, i vzhledem k následnému nakombinování v konečném důsledku právě té jedné jednotky.

Samotný ampérmetr je také možným strůjcem nejistot měření. Jeden z ampérmetrů totiž měl trošilinku ohlou ručičku, ohlou na konci o asi o jednu hodnotu na stupnici, což dělalo měření tímto ampérmetrem obtížnější.

Ke konci diskuse je nutno dodat, že náš experiment byl sestaven s ohledem na to, aby maximální relativní nejistota nepřekročila 5%, a proto by se měla brát v úvahu, z již zmiňovaných důvodů, nejistota ne přesně vypočtená, ale měl by sa brát v úvahu právě tento náš odhad relativních nejistot veličin naměřených (resp. vypočtených) v tomto experimentu jako $\eta = 5\%$.

4 Závěr

Změřili jsme měrnou elektrickou vodivost germániového vzorku jako $\sigma = (5,35 \pm 0,11)\Omega^{-1}.m^{-1}$, hallovy konstanty při troch různých měřeních se třema různými proudy přecházejícími vzorkem

$$R_{h_1} = (7,11 \pm 0,23) \times 10^{-2} m^3 A^{-1} s^{-1}$$

$$R_{h_2} = (6,73 \pm 0,13) \times 10^{-2} m^3 A^{-1} s^{-1}$$

$$R_{h_3} = (6,54 \pm 0,16) \times 10^{-2} m^3 A^{-1} s^{-1}$$

a jim příslušné pohyblivosti

$$\mu_1 = (38 \pm 1) \times 10^{-2} m^2 V^{-1} s^{-1}$$

$$\mu_1 = (36 \pm 1) \times 10^{-2} m^2 V^{-1} s^{-1}$$

$$\mu_1 = (35 \pm 1) \times 10^{-2} m^2 V^{-1} s^{-1}$$

a koncentrace nosičů náboje

$$n_1 = (1,033 \pm 0,034) \times 10^{20} m^{-3}$$

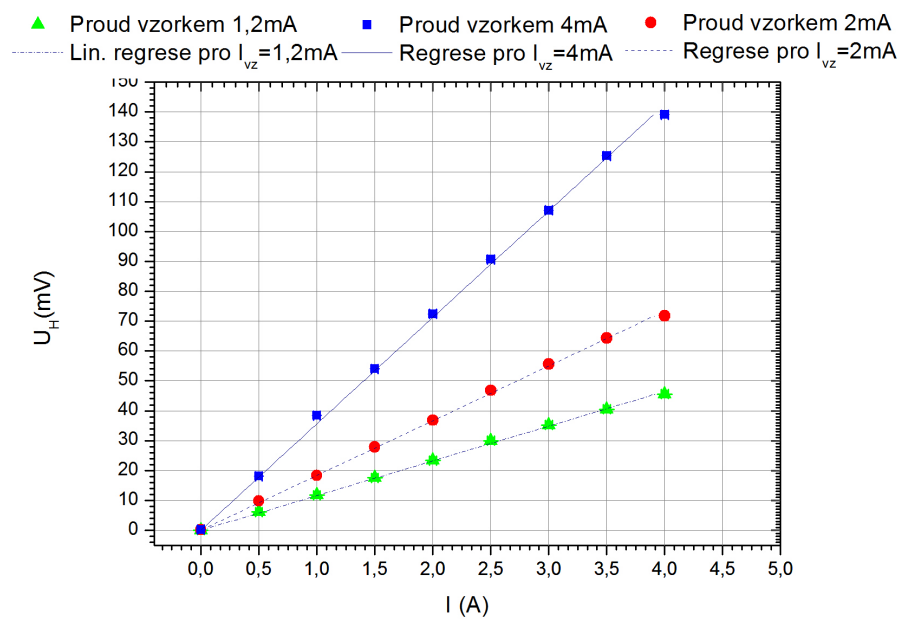
$$n_2 = (1,092 \pm 0,027) \times 10^{20} m^{-3}$$

$$n_3 = (1,124 \pm 0,023) \times 10^{20} m^{-3}$$

Zjistili sme, že závislosti Hallova napětí na proudu cívku a voltampérová charakteristika vzorku jsou lineární a vynesli sme je do grafů 1-5.

5 Literatura

- [1] Studijní text k úloze X., dostupný na url: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_210.pdf, získané 31.12.2013
- [2] J.Englich: Úvod do praktické fyziky I, MATFYZPRESS, Praha 2006
- [3] "CODATA Value: elementary charge". The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty. US National Institute of Standards and Technology. Červen 2011. Dostupný na url: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>, získané 31.12.2013



Graf 5: Porovnání závislosti hallova napětí na proudu cívkou při různých proudch vzorkem