Clase A5

Locros de Aprendizaje

- Resolver problemas en coordenadas cilíndricas

Contenidos

- Aplicaciones de clase A4

Actividad y Recomendaciones

Clase expositivas
Se desarrollan los problemas propuestos.

Ejercicio 1 de Clase A5

Una partícula se mueve en el plano XY con rapidez constante V_0 a lo largo de una curva dada por la ecuación $r = k(1+\cos\theta)$, con k constante positiva. Esta curva es conocida como cardioide.

a) Calcule la velocidad angular de la partícula en función del ángulo θ.

b) Pruebe que la aceleración radial de la partícula es constante y calcule su valor.

Solución

La ecuación del cardioide está dada por $r = k(1+\cos\theta)$ por lo tanto:

$$\dot{r} = -k\dot{\theta}\sin\theta$$

$$\ddot{r} = -k(\dot{\theta}^2\cos\theta + \ddot{\theta}\sin\theta)$$

En coordenadas polares la velocidad de la partícula está dada por la expresión:

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

Como la rapidez de la partícula es constante entonces

$$V_0^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 = 2k^2\dot{\theta}^2(1+\cos\theta)$$

$$\Longrightarrow \boxed{\dot{\theta} = \frac{V_0}{\sqrt{2k^2(1+\cos\theta)}} = \frac{V_0}{\sqrt{2kr}}}$$

Para calcular la aceleración radial $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ necesitamos calcular $\ddot{\theta}$.

$$\dot{\theta} = \frac{V_0}{\sqrt{2kr}} \Longrightarrow \ddot{\theta} = -\frac{V_0 \dot{r}}{2r\sqrt{2kr}} = \frac{k\sin\theta}{2r}\dot{\theta}^2 = \frac{V_0^2 \sin\theta}{4r^2}$$

Luego

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -k\cos\theta\dot{\theta}^2 - k\sin\theta\ddot{\theta} - r\dot{\theta}^2$$

$$\Longrightarrow a_r = -k\dot{\theta}^2 \left[\cos\theta + \frac{\sin^2\theta}{2(1+\cos\theta)} + (1+\cos\theta)\right]$$

$$a_r = -k\dot{\theta}^2 \left[\frac{2\cos\theta + 2\cos^2\theta + \sin^2\theta + 2 + 4\cos\theta + 2\cos^2\theta}{2(1+\cos\theta)}\right]$$

$$a_r = \frac{-k\dot{\theta}^2}{2(1+\cos\theta)}(4\cos^2 + \sin^2\theta + 6\cos\theta + 2)) = \frac{-3k\dot{\theta}^2}{2(1+\cos\theta)}(1+\cos\theta)^2$$

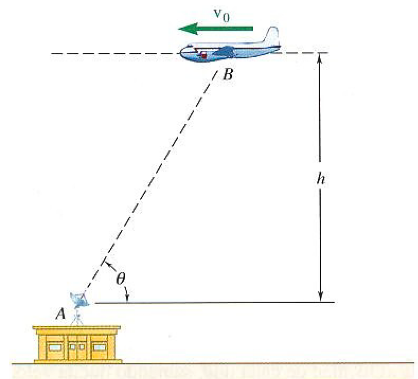
$$\boxed{a_r = -\frac{3}{4}\frac{V_0^2}{k}}$$

Ejercicio 2 de Clase A5

La trayectoria de vuelo del avión B es una línea horizontal que pasa exactamente por la vertical de la estación de radar A. Si el avión viaja hacia la izquierda con velocidad constante v_0. Determine:

a) La velocidad angular del radar ($\dot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.

b) La aceleración angular del radar ($\ddot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.

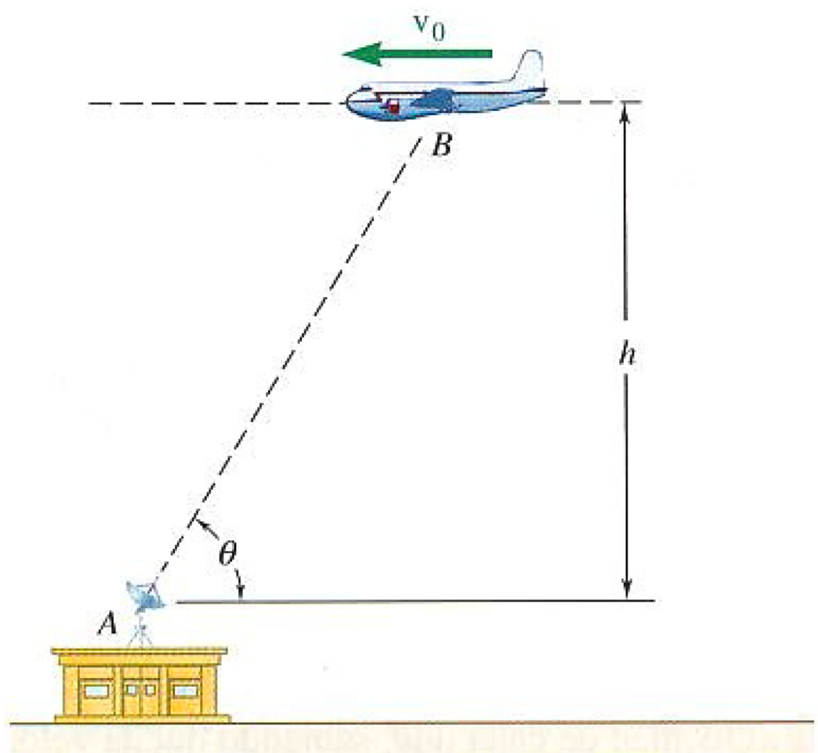


Ejercicio 3 de Clase A5

La trayectoria de vuelo del avión B es una línea horizontal que pasa exactamente por la vertical de la estación de radar A. Si el avión viaja hacia la izquierda con velocidad constante v_0. Determine:

a) La velocidad angular del radar ($\dot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.

b) La aceleración angular del radar ($\ddot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.

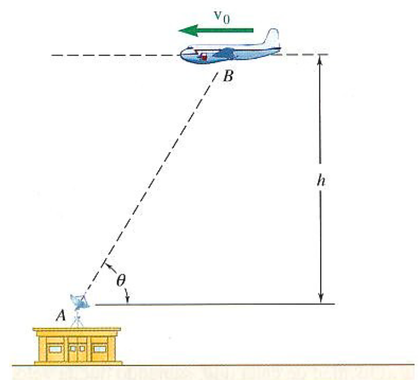


Ejercicio 4 para la casa A5

La trayectoria de vuelo del avión B es una línea horizontal que pasa exactamente por la vertical de la estación de radar A. Si el avión viaja hacia la izquierda con velocidad constante v_0. Determine:

a) La velocidad angular del radar ($\dot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.

b) La aceleración angular del radar ($\ddot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.



Ejercicio 5 para la casa A5

La trayectoria de vuelo del avión B es una línea horizontal que pasa exactamente por la vertical de la estación de radar A. Si el avión viaja hacia la izquierda con velocidad constante v_0. Determine:

a) La velocidad angular del radar ($\dot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.

b) La aceleración angular del radar ($\ddot{\theta}$) en función de v_0, h y θ.